

CURSO DE NIVELACIÓN



MATEMÁTICAS

**TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN.
MANTENIMIENTO INDUSTRIAL
DESARROLLO DE NEGOCIOS
PROCESOS INDUSTRIALES
ENERGÍA RENOVABLES
MECATRÓNICA**

T.S.U

Agosto 2017

Elaborado por:

Ing. Lizzete Aviña Delgado

Desarrollo de Negocios.

M.C. Jesús Manuel Hinojos Romero

Desarrollo de Negocios.

M.G.T.I. Francisco Cortés Carillo

Tecnologías de la Información

Revisado por:

M.C. Alberto Arzate Villezcas

Academia de Ciencias Básicas

Autorizado por:

Secretaría Academia

Universidad Tecnológica de Chihuahua

Agosto del 2017

Contenido

I. Los números reales	4
1.1 Clasificación de los números reales	4
EVIDENCIA #1.....	6
II. Operaciones fundamentales	7
2.1 Aritmética	7
2.2 La Suma	7
2.3 La Resta	8
2.4 La Multiplicación:	9
2.5 La División:	9
Ejercicios: Raíces y exponentes.....	10
EVIDENCIA #2.....	10
III. Jerarquía de operaciones	12
3.1 Signos de agrupación	12
3.2 Reglas de los signos de agrupación	12
3.3 Operaciones con signos de agrupación	13
EVIDENCIA #3.....	14
3.4 Jerarquía de Operaciones	14
EVIDENCIAS #4.....	15
IV. Fracciones	16
4.1 Fracciones	16
4.2 Suma / Resta de fracciones	16
4.3 Multiplicación	17
4.4 División	18
4.4 Potencias y Raíces Fraccionarias	19
EVIDENCIA #5.....	19
IV. Pre-Álgebra	20
4.1 Ecuaciones e Igualdades	20
4.2 Propiedades de las igualdades	21
4.3 Despejes	22
EVIDENCIA #6.....	23

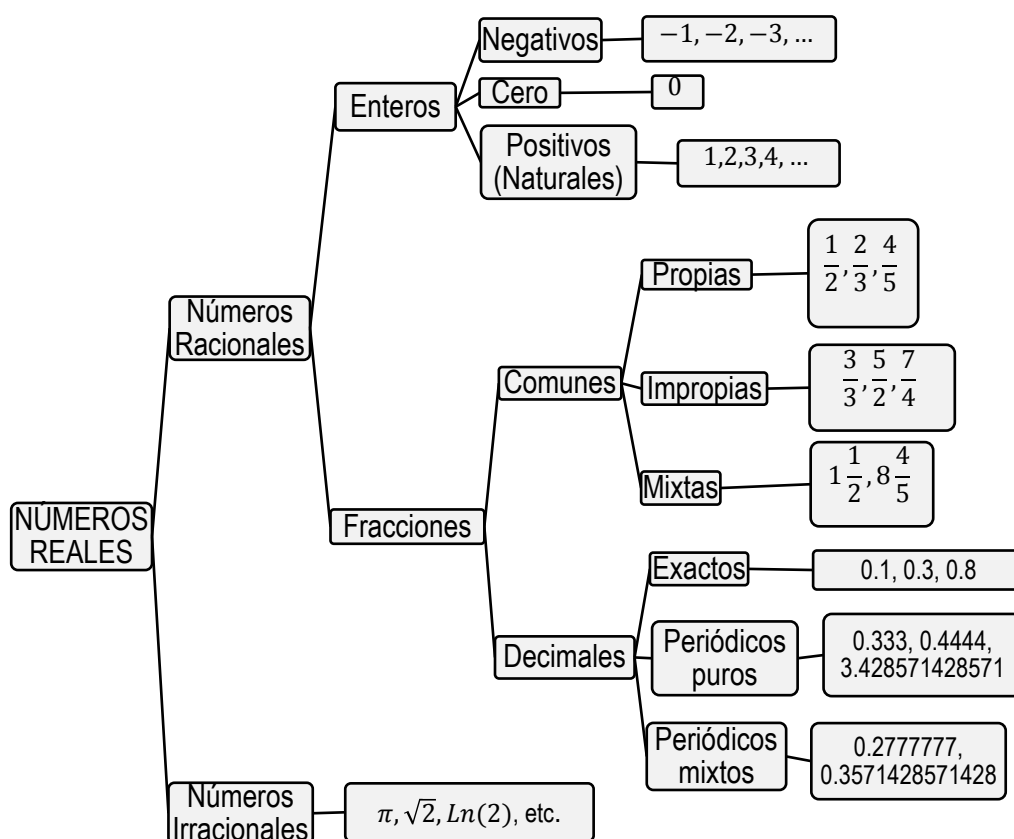
I. Los números reales

Hemos visto cómo a través del curso de la historia de las matemáticas se han ido ampliando, sucesivamente el campo de los números, hasta llegar al concepto del número real. El camino recorrido ha sido, unas veces, el geométrico, que siempre desemboca en la Aritmética pura, formal, otras veces ha sido el camino puro.

Los números reales (R) se clasifican en números racionales (Q) y en números irracionales (Q') y pueden ser expresados por un número entero (3, 28, 1568) o decimal (4.28; 289.6; 39985.4671)

1.1 Clasificación de los números reales.

A continuación se presenta un diagrama con la clasificación de los números reales y algunos ejemplos de cada tipo de números que forman parte del conjunto.

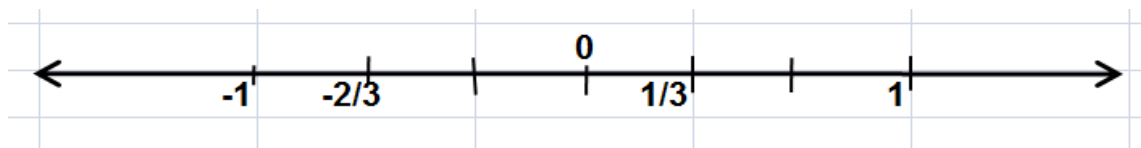


Los números racionales (Q) son los que pueden ser expresados como el cociente de dos números enteros $\frac{a}{b}$, donde $b \neq 0$.

Esto incluye el conjunto de los números enteros (Z) y el de los fraccionarios, representados por medio de fracciones ($\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$) o en forma decimal (0.16, 1.14, 15.99), esto incluye números positivos, cero o negativos.

El conjunto de números que usamos para indicar la cantidad de elementos de un conjunto finito se conoce como el conjunto de los números naturales (enteros positivos), forma parte del conjunto de los números enteros y se simboliza con: $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

En la recta numérica asociamos a la izquierda los números negativos y a la derecha los positivos, se designa al cero como el ORIGEN



En la recta numérica se localizan en un orden determinado, siendo mayores los que están más a la derecha del origen (cero).

Tanto entre 2 enteros como en fracciones, hay un número infinito de fracciones; una fracción es la división de dos números enteros, pero esta puede ser expresada en forma común ($\frac{53}{100}$) o en forma decimal (0.53). Una fracción común ($\frac{a}{b}$) puede ser propia ($a < b$), impropia ($a > b$) o mixta. Esta última se presenta cuando se combina un entero con una fracción común ($4\frac{3}{4}$).

Una fracción en forma decimal es una expresión con valores después del punto, esta puede ser Exacta, Periódica Pura y Periódica Mixta.

- Exacta, cuando tiene un número finito de cifras decimales (Ejemplo: $\frac{1}{4} = 0.25$).
- Periódica Pura, cuando tiene una serie de cifras decimales que se repiten indefinidamente (Ejemplo: $\frac{1}{3} = 0.333 \dots$).
- Periódica Mixta, cuando tiene al menos una cifra decimal que no se repite (ante-

periodo) y después una serie de decimales que se repiten indefinidamente (Ejemplo: $7/12 = 0.58333 \dots$).

Los números irracionales son números que no se puede escribir en forma de fracción, solo con decimales y estos siguen indefinidamente sin repetirse. Por ejemplo: $\pi = 3.141592653589793238 \dots$ es un número irracional pues tiene una cantidad infinita de decimales que no se repiten.

EVIDENCIA #1.

Dinámica: “Clasificación de los números reales”.

Instrucciones: Indica la clasificación de cada número real:

Ejemplo:

- | | |
|----------------------|--|
| 1) 23.5 | <u>Real, racional, fracción, decimal exacto.</u> |
| 2) π | _____ |
| 3) $\frac{5}{7}$ | _____ |
| 4) -8 | _____ |
| 5) $\frac{11}{4}$ | _____ |
| 6) $1.\overline{19}$ | _____ |
| 7) 5 | _____ |
| 8) $\sqrt{7}$ | _____ |
| 9) 8.124693 | _____ |
| 10) $6\frac{2}{9}$ | _____ |

II. Operaciones fundamentales

2.1 Aritmética.

Después haber revisado los números reales usados por la necesidad de cuantificar las cosas, entonces entramos al área que hace que esas cantidades se puedan manejar través de ciertas operaciones que ayudan a resolver problemas cotidianos como simplemente el manejo del dinero, el tiempo o cualquier cosa que se pueda cuantificar; estamos hablando de la aritmética.

La aritmética es la más antigua y simple de las ramas de la matemática y a su vez es la base del buen manejo de otras ramas como el álgebra. Sin un buen manejo de la aritmética pequeños errores cometidos pueden convertirse en grandes catástrofes de cálculo en un caso dado, es por ello la importancia de conocer y comprender bien sus reglas, que se establecen en sus cuatro operaciones fundamentales: adición, sustracción, multiplicación y división.

2.2 La Suma.

Una suma se lleva cabo cuando existen dos o tres cantidades con el mismo signo, es decir todas positivas o negativas. El procedimiento es sencillo, simplemente hay que sumar y conservar el signo, por ejemplo:

- ✓ La suma de 2 enteros positivos es positiva.
 - Ejemplo: $2 + 3 = 5$
- ✓ La suma de 2 enteros negativos es negativa.
 - Ejemplo: $-3 - 4 = -7$

Aunque podamos pensar en este otro ejemplo que por haber dentro de la operación aritmética signos negativos estamos hablando de una resta, la realidad es que se están sumando dos cantidades negativas, y por ende la respuesta es negativa.

2.3 La Resta

En el caso de la resta y a diferencia de la suma las cantidades aquí presentadas deben tener signos diferentes, por lo que uno (mayor en cantidad de valor absoluto) será el que domine la operación restando al otro, y finalmente conservando su signo en la respuesta.

- ✓ Resta de dos números:

- Ejemplo: $12 - 7 = ?$

El 12 es el número que en cantidad absoluta es el mayor, por lo cual será el que restará al 7; por otro lado signo es positivo, por lo cual el resultado así lo será:

$$12 - 7 = +5$$

... el signo positivo no se pone, es sólo ilustrativo.

$$12 - 7 = 5$$

- ✓ Resta de dos números:

- Ejemplo: $3 - 8 = -5$

En este caso, el dominante es el -8, por lo que a este se le restará el 3 y se conservará su signo (-):

$$3 - 8 = -5$$

- ✓ Suma y resta de varios números:

- Ejemplo: $-5 + 7 + 3 - 9 + 4 = ?$

Aquí, primero debemos efectuar adiciones... agrupando y sumando los positivos y los negativos por su parte:

$$-5 + 6 + 3 - 9 + 4 = -14 + 13$$

Finalmente todo se convertirá en una resta:

$$-14 + 13 = -1$$

2.4 La Multiplicación:

En este caso se emplea la “Ley de los signos” que establece lo siguiente:

- Al multiplicar dos números del mismo signo, el resultado es positivo.
- Al multiplicar dos números de distinto signo, el resultado es negativo.

Multiplicación	$(+)(+) = +$	$(-)(-) = +$	$(+)(-) = -$	$(-)(+) = -$
Ejemplos →	$(2)(5) = 10$	$(-2)(-5) = 10$	$(2)(-5) = -10$	$(-2)(5) = -10$

Es importante señalar, que la presencia de un paréntesis indica la existencia de una multiplicación. El signo x usado en algunas ocasiones es importante dejarlo ya que más adelante en álgebra no se utiliza más puesto que se puede confundir con la letra equis.

2.5 La División:

- Al dividir dos números del mismo signo, el resultado es positivo.
- Al dividir dos números de distinto signo, el resultado es negativo.

División	$(+) \div (+) = +$	$(-) \div (-) = +$	$(+) \div (-) = -$	$(-) \div (+) = -$
Ejemplos →	$10 \div 5 = 2$	$(-10) \div (-5) = 2$	$10 \div (-5) = -2$	$(-10) \div 5 = -2$

En este caso, es indispensable utilizar un paréntesis para los números negativos lo cual no significa que haya que hacer una multiplicación, mientras el signo de \div aparezca entonces seguirá siendo una división. También se puede usar el signo de / o simplemente se expresa como fracción.

2.6 Raíces y exponentes fraccionarios:

$$\sqrt[n]{x^m}$$

- “m” es el exponente de la variable, el cual se representa como el numerador en un exponente fraccionario.
- “n” es el indicador de la raíz, el cual se representa como denominador en un exponente fraccionario.

Ejemplo:

$$\sqrt[5]{x^4} \longrightarrow x^{4/5}$$

Ejercicios: Raíces y exponentes

Realice las siguientes conversiones de raíz a exponente fraccionario y viceversa.

$\sqrt[8]{z^3}$	
$\sqrt[4]{m^7}$	
$\sqrt[6]{(ab)^5}$	
	$c^{1/2}$
	$(xyz)^{4/5}$

EVIDENCIA #2.

Ejercicios: Operaciones fundamentales.

Instrucciones: Ejecute las siguientes operaciones fundamentales. Recuerde las reglas del uso de los signos en suma y resta y la aplicación de la “Ley de los signos” de la multiplicación y división”.

1. $35 + 52 =$
2. $25 - 15 =$
3. $-45 + 18 =$
4. $-8 - 5 =$
5. $-74 + 94 =$
6. $18 - 15 =$
7. $-22 - 25 + 44 + 23 - 18 =$
8. $55 - 65 - 12 + 60 + 14 =$

9. $18 - 9 + 6 - 25 - 32 + 16$

10. $-12 - 18 - 23 + 15 + 20 + 45 =$

11. $(11)(25) =$

12. $(-8)(12) =$

13. $(15)(-5) =$

14. $(-5)(12) =$

15. $(-15)/(-5) =$

16. $36/(-12) =$

17. $(-24)/8 =$

18. $(-78)(-22) =$

19. $(-96)/(16) =$

20. $(-279)(93) =$

III. Jerarquía de operaciones

3.1 Signos de agrupación.

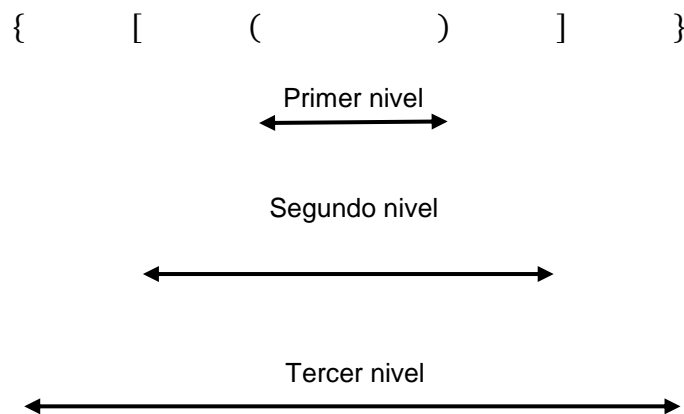
Los signos de agrupación, son elementos que definen el orden en el que se realizará cualquier operación matemática, se utilizan para separar expresiones, siendo necesario eliminarlos para poder resolver o simplificar la expresión.

Los signos de agrupación más usados son los siguientes:

- Paréntesis ()
- Corchetes []
- Llaves { }
- Barras (absoluto) | |

La convención de uso de los signos de agrupación indica que, de adentro hacia afuera de una expresión algebraica o numérica, se utilizan primero los paréntesis, luego los corchetes y al final las llaves. Las barras se usan solo para indicar cuando algún número o expresión será usado solo con su *valor absoluto* (sin el signo negativo, si lo tuviera).

3.2 Reglas de los signos de agrupación.



Es necesario, entonces, tener en cuenta lo siguiente:

- Es necesario identificar los niveles jerárquicos que hay y comenzar por el interno, después el que sigue y así sucesivamente hasta llegar al externo.
- Es importante **NO MODIFICAR NI HACER NINGUNA OPERACIÓN** con números de otro nivel que no sea el que se está trabajando.
- Antes de quitar el signo de agrupación del nivel en que se esté trabajando se deben efectuar las operaciones aritméticas que haya en si interior.

- Si delante del signo de agrupación hay un signo $+$ se elimina sin hacer ningún cambio de signo a la expresión que está dentro.
- Si delante del signo de agrupación hay un signo $-$ se eliminan el signo y se cambia el signo del término que estaban en su interior. Al hacer esto, el signo $-$ que estaba delante del paréntesis, se elimina.
- Si en una operación algebraica hay un grupo de paréntesis sin un signo entre ellos, como $(2)(3)$, es equivalente a una multiplicación, esto es, 2×3 . De igual manera si existe un número antes del signo de agrupación y no existe un $+$ o $-$ entre ellos entonces ese número multiplica al paréntesis.
- Si en una operación algebraica hay paréntesis con un signo de división entre ellos, como $(2)/(3)$, es equivalente a una división, esto es, $\frac{2}{3}$, o bien $2 \div 3$

3.3 Operaciones con signos de agrupación

Para simplificar expresiones algebraicas y/o efectuar operaciones, debemos tener en cuenta lo siguiente: Si en una expresión algebraica hay más de un paréntesis, se comienza desde el más pequeño al más grande o bien desde el interior hacia el exterior:

Ejemplo 1
$$3 - \{-3[4 + 5 - (-5 + 8) + 6] - 2\}$$

Se eliminan primero los paréntesis interiores o de primer nivel. Primero que hace la operación aritmética que hay dentro de él que en este caso es una resta. Como delante del paréntesis redondo hay un signo negativo, éste se elimina y se cambia el signo del término que está dentro del paréntesis:

$$3 - \{-3[4 + 5 - (3) + 6] - 2\}$$

$$3 - \{-3[4 + 5 - 3 + 6] - 2\}$$

El primer nivel se ha terminado, es entonces cuando se trabaja de la misma manera con el nivel dos. A continuación se suman o restan los términos del siguiente nivel:

$$3 - \{-3[15 - 3] - 2\}$$

$$3 - \{-3[12] - 2\}$$

$$3 - \{-36 - 2\}$$

Al terminar con el segundo nivel entonces se procede a hacer el siguiente que en este caso es el último:

$$\begin{aligned}
 &3 - \{-38\} \\
 &3 + 38 \\
 &41
 \end{aligned}$$

EVIDENCIA #3

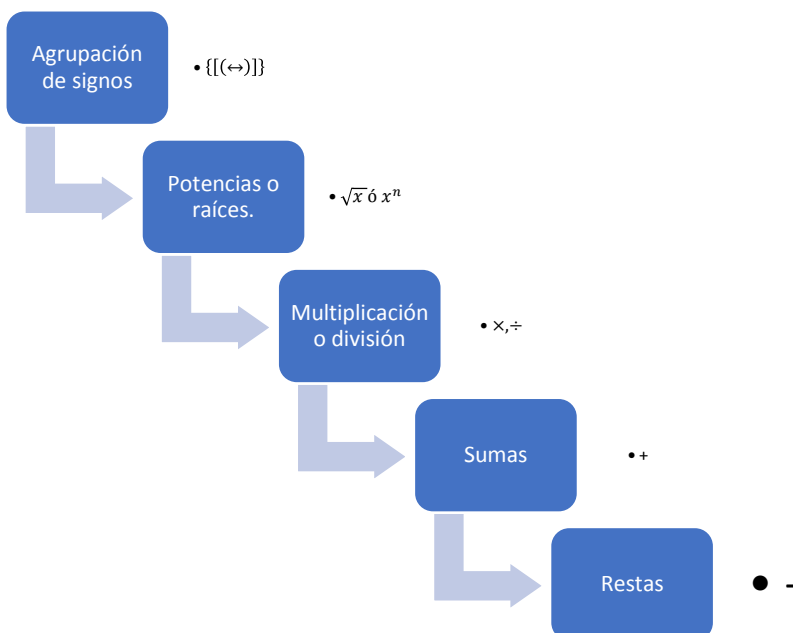
Ejercicios: Operaciones con signos de agrupación.

Instrucciones: Encuentre el valor numérico de las siguientes expresiones:

1. $-[-5 + (4 - 1)] - \{2 - [8 - (3 + 2)] + (5 - 9) - (-3)\} =$
2. $-(-3) + \{8 - [-5 + 4(7 - 2) + (-3)] + 1\} =$
3. $-[6 + (3 - 8)] - \{9 - [-4 - (-5 + 3)] - (-2)\} =$
4. $-\{-3 - [-8 - (-6) - (-3)] - 2[3 + (7 - 9)]\} =$
5. $-2 + \{3 + [4 + 2 - (-3)] - (5 + 8)\} =$
6. $9 - \{6 + [5 - 3 + (6 - 2)] + 8(4 - 7)\} =$
7. $-[-6 + (5 - 1)] - \{6 - [9 - (7 + 4)] + (6 - 13) - (-8)\} =$

3.4 Jerarquía de Operaciones.

Si en una expresión algebraica encontramos más de un tipo de operación siempre se comienza desde el interior hasta el exterior, siguiendo el siguiente orden:



Ejemplo #1

La siguiente operación se realiza de la siguiente manera:

$$3 \times 5 + 2(8 - 5)^2 =$$

Primero realizar lo que está dentro del paréntesis ya que es un signo de agrupación:

$$3 \times 5 + 2(3)^2 =$$

Posteriormente la potencia:

$$3 \times 5 + 2(9) =$$

A continuación las multiplicaciones (en este caso se expresan con el signo X o con el paréntesis):

$$15 + 18 =$$

Finalmente las sumas:

$$33$$

EVIDENCIA #4.

Ejercicios: Resuelve siguiendo el orden jerárquico de las operaciones:

- 1) $4 \times 2 (3 + 6) / 3$
- 2) $3 + (2 + 3)^2 - 6 / 2$
- 3) $4 [1 - (5 - 11) / 3]$
- 4) $2 \{ 6 - 2 (9 - 4) / 5 + 1 \}$
- 5) $3 \{ 4^2 - (-3 + 1) / 2 \}$
- 6) $4 \{ 5 - [6 + (2 + -4)^2 / 2 + 8] \}$
- 7) $12 - \{ 10 + [9 - 3(3 - 5) + 2 - 6/2] + 2 - 3 \} + 500$
- 8) $4(-2)^3 + 6(-1)^2 - \sqrt{64} + \sqrt[3]{64} + (-2) - (-10)$

IV. Fracciones

4.1 Fracciones

Toda fracción se compone de numerador y denominador, el primero es el número a dividir (dividendo) y el segundo es el número que divide al primero (divisor).

$$\frac{\text{Numerador} \rightarrow a}{\text{Denominador} \rightarrow b}$$

Como con cualquiera número real, con las fracciones se pueden efectuar las operaciones fundamentales de suma, resta multiplicación y división. A continuación, se indicará como realizar estas operaciones, manteniendo el formato de fracción (sin usar decimales).

4.2 Suma / Resta de fracciones.

Para definir como se realiza esta operación, se usará el siguiente ejemplo: $\frac{3}{2} + \frac{1}{5} - \frac{7}{12}$

- Primero se debe obtener un *común denominador*, lo cual se logra obteniendo el *mínimo común múltiplo*. Para ello se puede hacer el siguiente procedimiento:
- Se colocan todos los denominadores

$$2 \quad 5 \quad 12 \quad |$$

- Se dividen entre 2 (número primo) los números que tengan “mitad”, colocamos el resultado debajo de cada número; si algún número no tiene mitad entonces se reescribe igual. Este proceso se repite cuantas veces sea necesario hasta que ya no se tenga mitad en ninguno.

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 5 & 12 & & \\ 1 & 5 & 6 & & 2 \\ 1 & 5 & 3 & & 2 \end{array}$$

- Ahora dividimos entre el siguiente número primo, en este caso es el 3, cada uno de los números que quedan hasta que ya no se puedan dividir más por este número primo (3).

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 & 12 & | \\ 1 & 5 & 6 & | & 2 \\ 1 & 5 & 3 & | & 2 \\ 1 & 5 & 1 & | & 3 \end{array}$$

- Se continúan las divisiones por números primos hasta que todos los denominadores hayan sido divididos de tal forma que ya no se pueda dividir más y solo tengamos “unos” bajo cada denominador.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 5 & 12 & | \\ 1 & 5 & 6 & | & 2 \\ 1 & 5 & 3 & | & 2 \\ 1 & 5 & 1 & | & 3 \\ 1 & 1 & 1 & | & 5 \end{array}$$

- Una vez logrado esto, se multiplican todos los números primos que se usaron para dividir los denominadores y el resultado es el *mínimo común múltiplo (mcm)* o *común denominador* que se está buscando.

$$\text{Mínimo común múltiplo (mcm)} = 2 * 2 * 3 * 5 = 60$$

$$\therefore \text{Común denominador} = 60$$

- Ahora se deben determinar los numeradores, (es importante respetar los signos establecidos desde el principio), para lo cual se divide el común denominador entre cada denominador y ese resultado se multiplica por el numerador correspondiente.

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{5} - \frac{7}{12} = \frac{\left(\frac{60}{2}\right) * 3 + \left(\frac{60}{5}\right) * 1 - \left(\frac{60}{12}\right) * 7}{60} = \dots$$

- Se realiza la suma y/o resta aritmética para obtener el resultado

$$\dots = \frac{90 + 12 - 35}{60} = \frac{67}{60}$$

- Finalmente, si es posible, se simplifica la fracción.

Ejemplo: si el resultado fuera $\frac{48}{15}$, esto puede reducirse a $\frac{16}{5}$, que es una fracción equivalente.

4.3 Multiplicación

Para realizar esta operación, se aplica la ley de los signos y se ejecutan los siguientes pasos:

- Realizar la multiplicación de numerador por numerador y dejar el resultado en el numerador de la fracción resultante.
- Multiplicar denominador por denominador y dejar el resultado en el denominador de la fracción resultante.
- Simplificar la fracción resultante, si es posible.

Ejemplo:
$$\left(\frac{2}{5}\right)\left(-\frac{9}{4}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{-9}{4}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{(2)(-9)(3)}{(5)(4)(2)} = \frac{-54}{40} = -\frac{27}{20}$$

Por tanto, con multiplicaciones sucesivas de fracciones la operación puede hacerse como sigue:

$$\left(\frac{a}{b}\right) \times \left(\frac{c}{d}\right) \times \left(\frac{e}{f}\right) \times \left(\frac{g}{h}\right) \times \left(\frac{i}{j}\right) \times \left(\frac{k}{l}\right) = \frac{acegik}{bdfhjl}$$

*Las flechas representan el sentido de los productos hechos y donde se descarga el resultado.

4.4 División

Para realizar esta operación, se aplica la ley de los signos y se ejecutan los siguientes pasos:

- Realizar la multiplicación cruzada de numeradores y denominadores, dejando el resultado en la posición contraria al último número multiplicado (en zigzag, es decir, si la última multiplicación termina en el numerador, el resultado se deja en el denominador).
- Simplificar la fracción resultante, si es posible.

Ejemplo:
$$\left(\frac{7}{2}\right) \div \left(\frac{-5}{4}\right) = \frac{(7)(4)}{(2)(-5)} = \frac{28}{-10} = -\frac{14}{5}$$

- Si se tienen divisiones sucesivas, se realizan de izquierda a derecha. Esto significa que se realiza primero la división de las primeras dos fracciones y la fracción resultante se divide por la siguiente fracción y así sucesivamente hasta terminar.

Ejemplo:
$$\left(\frac{7}{2}\right) \div \left(\frac{-5}{4}\right) \div \left(\frac{10}{9}\right) = \left(-\frac{14}{5}\right) \div \left(\frac{10}{9}\right) = \frac{(-14)(9)}{(5)(10)} = \frac{-126}{50} = -\frac{63}{25}$$

En resumen, si hay divisiones sucesivas de fracciones, la operación también se puede realizar de la siguiente manera:

$$\left(\frac{a}{b}\right) \div \left(\frac{c}{d}\right) \div \left(\frac{e}{f}\right) \div \left(\frac{g}{h}\right) \div \left(\frac{i}{j}\right) \div \left(\frac{k}{l}\right) = \frac{adf h j l}{b c e g i k}$$

*Las flechas representan el sentido de los productos hechos y donde se descarga el resultado.

4.5 Potencias y Raíces Fraccionarias

- **Potencias:** Para resolver una potencia aplicada a una fracción, se eleva al exponente primero el numerador, y se eleva de igual forma al denominador.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{(2)^3}{(3)^3} = \frac{(2)(2)(2)}{(3)(3)(3)} = \frac{8}{27}$$

- **Raíces:** Para resolver una raíz aplicada a una fracción, se obtiene la raíz indicada primero del numerador, y se obtiene la raíz de igual forma del denominador.

$$\sqrt{\left(\frac{25}{9}\right)} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$$

EVIDENCIA #5

Ejercicios: Operaciones con fracciones.

Instrucciones: Resuelva las siguientes operaciones con fracciones:

1. $\left(\frac{4}{6}\right) + \left(\frac{3}{4}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)$
2. $\left(\frac{3}{8}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)$
3. $\left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{4}{6}\right) - \left(\frac{2}{6}\right)$
4. $\left(\frac{3}{4}\right) - \left(\frac{5}{8}\right) + \left(\frac{6}{7}\right)$
5. $\left(\frac{4}{7}\right) - \left(\frac{2}{14}\right) + \left(\frac{7}{9}\right)$
6. $\left(\frac{2}{7}\right) \left(\frac{3}{2}\right) / \left(\frac{2}{6}\right)$
7. $\left(\frac{5}{9}\right) \left(\frac{7}{4}\right) / \left(\frac{3}{8}\right)$
8. $\left(\frac{6}{7}\right) \left(\frac{8}{6}\right) / \left(\frac{2}{5}\right)$
9. $\left(\frac{9}{10}\right) \left(\frac{8}{12}\right) / \left(\frac{3}{7}\right)$

10. $\left(\frac{3}{9}\right)\left(\frac{3}{5}\right) / \left(\frac{4}{6}\right)$

11. $\left(\frac{2}{6}\right)^3$

12. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$

IV. Pre-Álgebra

4.1 Ecuaciones e Igualdades

- Una ecuación es una proposición abierta que puede tener una o más variables llamadas incógnitas

$$X + 17 = 15 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Proposición abierta con una incógnita (variable)} \\ \text{Ecuación con una incógnita} \end{array} \right.$$

$$X + Y = 7 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Proposición abierta con dos incógnitas (variables)} \\ \text{Ecuación con una incógnita} \end{array} \right.$$

En una Ecuación se distinguen dos partes: 1er miembro; $3x + 9 = 7x + 1$; 2do miembro

- Una expresión en la que se distinguen dos miembros relacionados mediante un signo de igual se les llama: IGUALDADES

$$\begin{array}{ccc} 5 + 7 = 12 & 7X = 2 & 12x + 9 = 3x - 3 \\ (4)(6) = 24 & x / 6 = 3 & \end{array}$$

- Las igualdades que contengan al menos una variable se llaman ECUACIONES:

$$X + Y = 15 \quad m + 9 = 12 \quad 4a = 16 \quad X - 17 = 26$$

Ya que las ecuaciones son igualdades, para su solución se aplican las propiedades de las igualdades.

4.2 Propiedades de las igualdades

- Propiedad Reflexiva: Todo número es igual a sí mismo:

$$9 = 9 \quad -6 = -6 \quad x = a$$

- Propiedad Simétrica: Los miembros de una igualdad pueden intercambiar sus lugares:

$$(4)(8) = 32 \leftrightarrow 32 = (4)(8) \quad A = bh \leftrightarrow bh = A$$

- Propiedad Transitiva: Si dos igualdades tienen un miembro en común, los otros dos miembros son iguales entre sí:

$$\text{Si } (5)(3) = 15 \text{ y } 15 = 7 + 8 \text{ entonces } (5)(3) = 7 + 8$$

- Propiedad Uniforme: Si sumamos un mismo número a los dos miembros de una igualdad esta no se altera, sigue siendo una igualdad:

$$\begin{aligned} (4)(3) &= 7 + 5 \\ &+ 8 = 8 \\ (4)(3) + 8 &= (7+5) + 8 \\ (12) + 8 &= (12) + 8 \\ 20 &= 20 \end{aligned}$$

Si restamos un mismo número a los dos miembros de una igualdad esta no se altera:

$$\begin{aligned} 18 &= (9)(2) \\ &- 4 = 4 \\ (18) - 4 &= (9)(2) - 4 \\ 14 &= 14 \end{aligned}$$

De la misma manera, si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una igualdad por un mismo número, esta no se altera:

$$4 + 5 = 9 \quad (8)(2) = 16$$

$$\begin{array}{ll}
 *5 = *5 & / 2 = / 2 \\
 (4 + 5)(5) = 9(5) & (8)(2) / 2 = 16 / 2 \\
 45 = 45 & 8 = 8
 \end{array}$$

4.3 Despejes

Ejemplo 1:

$c^2 = a^2 + b^2$ Primero pasamos el término que se suma, cambiando a resta del otro lado de la igualdad.

$c^2 - b^2 = a^2$ A continuación cambiamos la potencia del otro lado de la igualdad por medio de su operación contraria, raíz.

$$\sqrt{c^2 - b^2} = a$$

Ejemplo 2:

De la ley de Cosenos $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$;

Despejar $\cos A$

$A^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ Primero pasamos $2bc \cos A$ sumando al otro lado

$2ac \cos A + a^2 = b^2 + c^2$ A continuación pasamos a^2 restando al otro lado

$2ac \cos A = b^2 + c^2 - a^2$ Pasamos $2ac$ dividiendo al otro lado

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ac}$$

- Para realizar cualquier despeje, el elemento de un lado de la igualdad, pasa al otro lado con la operación contraria.

Operaciones contrarias	
Suma	Resta
Multiplicación	División
Potencia	Raíz

- Las operaciones de suma y resta cambian de signo al lado contrario del igual, debido a la naturaleza de la operación misma.

$$x + 3 = 8 \rightarrow x = 8 - 3$$

- Las operaciones de multiplicación, división, potencia y raíz, al pasar al lado contrario del igual conservan su signo.

$$3(x) = 2 \rightarrow x = 2/3$$

$$-5(x) = 4 \rightarrow x = 4/-5 \rightarrow x = -4/5$$

EVIDENCIA #6

Ejercicios: Despejes de ecuaciones.

Instrucciones: Despeje las variables indicadas de las diferentes fórmulas:

$$1) A = \frac{h(B+b)}{2} \quad \text{despejar "b"}$$

$$2) y = \frac{(a+b)^2}{3} \quad \text{despejar "a"}$$

$$3) F = \frac{mv^2}{r} \quad \text{despejar "v"}$$

$$4) x = \sqrt{4 \left(a + \frac{b}{3} \right)} \quad \text{despejar "b"}$$

$$5) v = \frac{\pi r^2 h}{3} \quad \text{despejar "r"}$$

CONTROL DE CAMBIOS

FECHA	REVISIÓN	DESCRIPCION	AUTORES/REVISIÓN
04/07/2019	1	<p>Se realiza la revisión del siguiente material:</p> <ul style="list-style-type: none"> -CUESTIONARIO - MATEMÁTICAS CON RESPUESTAS - CUESTIONARIO - MATEMÁTICAS -CURSO DE NIVELACIÓN MATEMÁTICAS -HOJA DE EVALUACIÓN CURSO DE NIVELACIÓN – MATEMÁTICAS -HOJA DE SEGUIMIENTO DE AVANCE MATEMÁTICAS -MANUAL DE CURSO DE NIVELACIÓN - MATEMÁTICAS <p>Después de la revisión se concluye que es necesario agregar los temas de “despejes” y “operaciones con potencias” al curso de nivelación, sufriendo cambios el manual en la sección 1 (números reales) y sección 5 (Pre-Álgebra), a su vez se actualizan los archivos de cuestionario y curso de nivelación matemáticas.</p>	<p>Ing. Hilda Lorena Rodríguez Solís</p> <p>Ing. Erika Vázquez Rodríguez</p> <p>Ing. Juan Pablo Dimas Cruz</p> <p>Ing. Francisco Cortés Carrillo</p> <p>Ing. César Alejandro Domínguez Nava</p>